$$\Rightarrow \quad p(E) = \frac{12}{25}$$

On a seulement deux couleurs donc tirer exactement une boule noire c'est tirer deux boules de couleur différente par suite l'événement F et l'événement contraire de E d'où

$$p(F) = 1-\frac{12}{25}=\frac{13}{25}$$

2)

- Loi de probabilité de X :

$$X(\Omega)=\{0,1,2\}$$

$$p(X=0) = \frac{2}{3}x\frac{2^2}{5^2}+\frac{1}{3}x\frac{A_3^2}{A_5^2}=\frac{31}{150}$$

$$p(X=1) = p(F) = \frac{13}{25}=\frac{78}{150}$$

$$p(X=2) = \frac{2}{3}x\frac{3^2}{5^2}+\frac{1}{3}x\frac{A_2^2}{A_5^2}=\frac{41}{150}$$

- $\sigma(X)=\sqrt{E(X^2)-[E(x)]^2}$

Avec le tableau suivant on aura :

x_i	0	1	2	Total
p_i	$\frac{31}{150}$	$\frac{78}{150}$	$\frac{41}{150}$	1
x_ip_i	0	$\frac{78}{150}$	$\frac{82}{150}$	$E(X)=\frac{160}{150}$
$x_i^2p_i$	0	$\frac{78}{150}$	$\frac{164}{150}$	$E(X^2)=\frac{242}{150}$

$$\sigma(X)=\sqrt{\frac{242}{150}-\left[\frac{160}{150}\right]^2}=0,69$$

Exercice 16

$\boxed{N_0,N_2,N_2,B_0,B_0,B_1}$ $\quad$ $\boxed{N_0,N_0,N_0,N_1,B_0,B_1}$

S_1 $\quad$ S_2

1) Soit l'événement A_1 << obtenir le chiffre 1 au cours du lancer du dé >> $p(A_1)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

a) D'après le principe de probabilité totale on a :

$$p(B) = p(B\cap A_1)+p(B\cap\overline{A_1})$$
$$= p(A_1).p(B\mid A_1)+p(\overline{A_1}).p(B\mid\overline{A_1})$$

$$=\frac{1}{3}x\frac{C_3^2}{C_6^2}+\frac{2}{3}x\frac{A_4^3}{A_6^3}$$

$$\Rightarrow \quad p(B) = \frac{1}{5}$$

De même :

$$p(A) = p(A\cap A_1)+p(A\cap\overline{A_1})$$
$$= p(A_1).p(A\mid A_1)+p(\overline{A_1}).p(A\mid\overline{A_1})$$

Or l'événement $(A\mid A_1)$ est impossible car il n y a pas des jetons noirs numérotés 1 dans le sac S_1

$$p(A) = p(A_1).p(\emptyset)+p(\overline{A_1}).p(A\mid\overline{A_1})$$

$$p(A) = \frac{1}{3}x0+\frac{2}{3}x\frac{(A_1^1xA_5^2)x3}{A_6^3}$$

$$\Rightarrow \quad p(A) = \frac{1}{3}$$

b) Faire des tirages dans S_1 sachant que les jetons sont noirs est l'événement A_1 sachant B :

$$p(A_1\mid B)=\frac{p(A_1\cap B)}{p(B)}=\frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{5}}=\frac{1}{3}$$

c) Loi de probabilité de X :

$$X(\Omega)=\{0,1,2,3,4\}$$

- $p(X=0) = \frac{1}{3}x\frac{C_3^2}{C_6^2}+\frac{2}{3}x\frac{A_4^3}{A_6^3}=\frac{9}{45}$
- $p(X=1) = \frac{1}{3}x\frac{C_3^1xC_1^1}{C_6^2}+\frac{2}{3}x\frac{(A_4^2xA_2^1)x3}{A_6^3}=\frac{21}{45}$
- $p(X=2) = \frac{1}{3}x\frac{C_3^1xC_2^1}{C_6^2}+\frac{2}{3}x\frac{(A_2^2xA_4^1)x3}{A_6^3}=\frac{12}{45}$
- $p(X=3) = \frac{1}{3}x\frac{C_1^1xC_2^1}{C_6^2}+\frac{2}{3}x0=\frac{2}{45}$ Événement impossible
- $p(X=4) = \frac{1}{3}x\frac{C_2^2}{C_6^2}+\frac{2}{3}x0=\frac{1}{45}$ Événement impossible